

ANALISIS PERIODISITAS CURAH HUJAN DENGAN PENDEKATAN DERET FOURIER

Studi Kasus di Daerah Aliran Sungai Kali Konto Hulu

oleh : Sudibyakto

ABSTRACT

The aim of this research is to determine harmonics which contribute the variance of the mean annual rainfall at two rainfall stations of Pujon and Ngantang in the upper Kali Konto Watershed, East Java. Fourier Series which is based on the theory of harmonic analysis was used. This method used a composite sine and cosine function to approximate the variance.

Mean annual rainfall at Pujon during 26 years (1951 - 1988) and at Ngantang during 29 years (1960 - 1988) were used as primary data. The steps of data analysis include normality test, homogeneity test, moving average, and finally the harmonic analysis.

The result of this research concludes that normality and homogeneity test of the rainfall series showed as normal and homogen, while when using a moving average with smoothing of order 9 is to be the fittest line with original data. At Pujon station there was three harmonics. The largest variance was 61% found in the third harmonic, and in the first and the second harmonics give 4% and 2% respectively. harmonic curve at Ngantang station was nearly the same which contribute the variances 7%, 4%, and 3% respectively. Finally, It can be formulated two. Fourier Series which are usefull to predict the maximum and the minimum annual rainfall during these periods.

INTISARI

Tujuan penelitian ini ialah untuk mendapatkan harmonik-harmonik yang memberi sumbangan terhadap ragam data hujan tabunan rata-rata pada Stasiun Pujon dan Ngantang di DAS Kali Konto Hulu, Jawa Timur, sehingga dapat disusun persamaan Deret Fourier.

Data utama ialah data hujan tabunan rata-rata di Pujon selama 26 tahun (1951 - 1988) dan Ngantang selama 29 tahun (1960 - 1988). tahap analisis data adalah uji normalitas, uji homogenitas, rata-rata bergerak, dan analisis harmonik. Hasil uji normalitas dan homogenitas menunjukkan bahwa data di kedua, stasiun menyebar normal dan homogen, sedangkan rata-rata bergerak polinomial menggunakan orde-9 adalah paling sesuai dengan data asli. Analisis harmonik data hujan stasiun Pujon menunjukkan tiga harmonik. Sumbangan ragam terjadi pada harmonik III sebesar 61% dan diikuti oleh Harmonik I dan II masing-masing mempunyai ragam 4% dan 2%. Kurva Harmonik pada stasiun Ngantang relatif hampir sama antara harmonik I, II dan III dengan sumbangan ragam berturut-turut sebesar 7%, 4% dan 3%. Dengan demikian dapat disusun dua persamaan deret Fourier untuk kedua stasiun tersebut.

PENDAHULUAN

Manfaat hasil analisis data iklim dewasa ini semakin dirasakan, bahkan semakin diperlukan bagi perencanaan pembangunan khususnya perencanaan yang menyangkut kebutuhan air, baik untuk perencanaan pembangunan waduk ataupun untuk pengembangan pertanian dalam arti luas. Di antara besaran iklim yang paling penting dalam kaitan dengan masalah yang disebutkan di atas adalah curah hujan. Karena hujan merupakan salah satu unsur penting dalam daur hidrologi, maka analisis statistik terhadap deretan data hujan adalah sangat penting.

Daerah Aliran Sungai (DAS) Konto Hulu, Jawa Timur merupakan daerah tangkapan hujan dari waduk Selorejo yang dibangun sejak tahun 1969 dan hingga kini masih berfungsi dengan baik. Masalah erosi dan sedimentasi di daerah ini adalah kompleks. Meskipun erosi yang terjadi masih termasuk sedang, namun masalah sedimentasi waduk di Selorejo menunjukkan peningkatan yang cukup tajam, sehingga dikhawatirkan umur efektif waduk tersebut berkurang dari rencana semula (Proyek Kali Konto, 1984).

Sudibyakto (1991a) dalam penelitiannya di daerah ini menyatakan bahwa ada kecenderungan penurunan debit Kali Konto dari tahun ke tahun, yaitu dari tahun 1952 hingga 1972. Meskipun gejala penurunan tersebut belum dapat diketahui penyebabnya, akan tetapi masalah tersebut kemungkinan besar disebabkan oleh berkurangnya curah hujan atau kondisi DAS yang semakin kritis. Sedangkan jumlah air dalam daerah aliran sungai di atas waduk Selorejo ini sangat tergantung dari jumlah hujan yang diterima. Oleh karena itu, dipan-

dang perlu penelitian untuk dapat menduga periodisitas curah hujan yang terjadi di daerah ini, sehingga dapat dirancang berbagai alternatif untuk mengatasi keadaan tersebut.

Tujuan penelitian ini adalah untuk mendapatkan harmonik-harmonik yang memberi sumbangan besar terhadap keragaman data hujan, sehingga dapat disusun pendugaan persamaan deret Fourier.

Hasil analisis diharapkan selain dapat memperlihatkan gambaran mengenai perilaku hujan pada stasiun hujan yang dianalisis, juga dapat memacu lebih lanjut pengembangan model analisis data hujan yang lain.

METODE PENELITIAN

Ketersediaan Data Hujan

Data utama yang digunakan dalam penelitian ini adalah data hujan tahunan rata-rata jangka panjang yaitu :

1. Data hujan stasiun Pujon selama 26 tahun (1951 - 1988), terletak pada ketinggian 1200 m dpl.
2. Data hujan stasiun Sekar selama 29 tahun (1960 - 1988), terletak pada ketinggian 700 m dpl.

Metode Analisis

Analisis yang dilakukan untuk mendapatkan harmonik-harmonik yang memberi sumbangan besar terhadap keragaman data hujan adalah melalui beberapa tahapan sebagai berikut :

Uji Normalitas

Maksudnya ialah untuk mengatasi kesukaran dalam menganalisis data asli. Transformasi ke bentuk sebaran normal menggunakan persamaan fungsi sebaran normal yaitu (Haan, 1982) :

$$Y = \{1/(\sqrt{2\pi}\sigma)\} e^{-0.5(x-\mu/\sigma)^2}$$

adapun π : 3.14259

- e : 2.71828
 x : nilai pengamatan
 σ : ragam data

Jika x ingin dibakukan, maka digunakan peubah z yaitu $z = \{ (x-\mu) / \sigma \}$, sehingga bentuk sebaran normal tersebut menjadi :

$$Y = \{1/(\sqrt{2\pi}\sigma)\} e^{-0.5 \cdot Z^2}$$

Peluang dari persamaan normal baku dapat dilihat pada Tabel Ordinasi Y dari nilai Normal Baku z.

Transformasi ke bentuk sebaran normal dilakukan terhadap data yang tidak menyebar normal.

Uji homogenitas data

Uji ini dimaksudkan untuk mengetahui apakah data yang bersangkutan dapat mewakili keadaan data hujan yang sebenarnya. Untuk menguji apakah ada atau tidak ada kecenderungan (*trend*) atau pergeseran (*slight*) curah hujan pada periode pengamatan, digunakan metode uji rentetan (*run test*) yang digunakan oleh Doorenbos (1976). Nilai rata-rata ditentukan dari deret data

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

Setiap data dibandingkan dengan nilai rata-rata kemudian diberi tanda (-) dan data yang lebih besar dari nilai rata-rata diberi tanda (+), setelah itu dijumlahkan. Untuk setiap tanda (-) dan (+) yang berturut-turut dikelompokkan, Jumlah kelompok tadi diberi nama U. Untuk melihat apakah data tersebut homogen atau tidak, maka nilai U dibandingkan pada Tabel Kisaran U (Lampiran 4).

Rata-rata bergerak

Rata-rata bergerak (*moving average*) dimaksudkan untuk menghalus-

kan fluktuasi data yang tidak diperlukan. Metode yang digunakan adalah Polynomial Smoothing. Prosedur penghalusan ini menggunakan teknik kuadrat terkecil terhadap deret data yang dianalisis. Penentuan tingkat (order) polinomial dilakukan dengan cara coba-ujang (*trial - error*) dari angka 1 hingga 9, sehingga diperoleh kurva yang paling cocok dengan data asli.

Analisis harmonik

Analisis harmonik ini dimaksudkan mendapatkan parameter-parameter deret Fourier. Salah satu metode untuk menentukan periodisitas curah hujan suatu deret data adalah dengan menggunakan analisis harmonik, yaitu penguraian waktu ke dalam deret Fourier. Setiap data x dinyatakan dengan persamaan :

$$x_t = \bar{x} + \sum (A_i \cos W_{it} + B_i \sin W_{it})$$

+ E_t , adapun

- x_t : nilai dugaan data
 \bar{x} : rata-rata hitung dari data dugaan dengan $1/n$ (x_t)
 n_0 : jumlah harmonik yang memberi sumbangan besar terhadap total keragaman.
 n : jumlah pengamatan
 i : nomor harmonik
 W_i : $2\pi i/n$
 t : nomor pengamatan (1, 2, ..., n)
 E_t : nilai galat pada waktu ke-t
 A_i dan B_i : merupakan parameter parameter deret.

Penurunan rumus dengan menggunakan metode kuadrat terkecil diperoleh parameter-parameter :

$$A_i = 2/n \sum (x_t \cos w_i t)$$

$$B_i = 2/n \sum (x_t \sin w_i t)$$

serta simpangan terbesar setiap harmonik dinyatakan sebagai :

$$C_i = \sqrt{A_i^2 + B_i^2}$$

Sumbangan harmonik ke-i terhadap total keragaman data :

$(C_i^2 / 2) S_n^2$ dalam hal ini S_n^2 adalah ragam data.

Harmonik yang memberi sumbangan terbesar terhadap total keragaman data disusun dalam deret Fourier sebagai berikut :

$$Y_t = Y + \sum \{A_i \cos (2\pi i t/n) + B_i$$

$$\sin (2\pi i t/n)\}$$

adapun

Y_t : nilai dugaan curah hujan pada waktu ke-t

Y : nilai rata-rata curah hujan

Dengan mengambil turunan pertama terhadap waktu dari model deret :

$$x_t = x + \sum (A_i \cos W_{i/n} t + B_i \sin W$$

$i/n t) E_t$

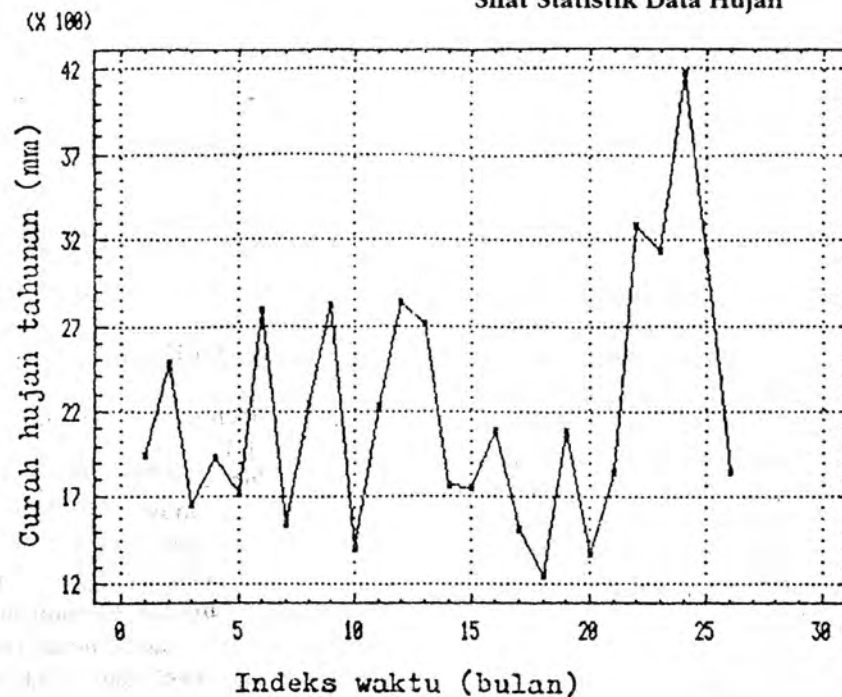
maka nilai maksimum dari t pada harmonik ke-i adalah :

$$t_{\text{maks } i} \{n / (2\pi i)\} \text{ arc Sin } (b_i / C_i)$$

nilai 2π dalam bentuk derajat sama dengan 360°

HASIL DAN PEMBAHASAN

Sifat Statistik Data Hujan



Gambar 1.

Deret Hujan Tahunan Rata-rata Stasiun Pujon (1951 - 1988)

Penelitian ini menggunakan data hujan tahunan rata-rata untuk dua stasiun utama di DAS Kali Konto Hulu, yaitu Stasiun Pujon dan Stasiun Ngantang. Letak kedua stasiun cukup berjauhan kira-kira berjarak 10 km dan terletak pada dua daerah hujan yang sangat berbeda. Stasiun Pujon terletak di dataran tinggi Pujon dengan elevasi antara 950 hingga 1225 m di atas permukaan air laut, sedang Stasiun Ngantang terletak di dataran rendah Ngantang dengan elevasi antara 620 hingga 800 m. Stasiun Ngantang meskipun letaknya lebih rendah daripada Pujon namun menerima hujan tahunan 22 persen lebih tinggi daripada hujan yang diterima di Stasiun Pujon (Sudibyakto, 1991b).

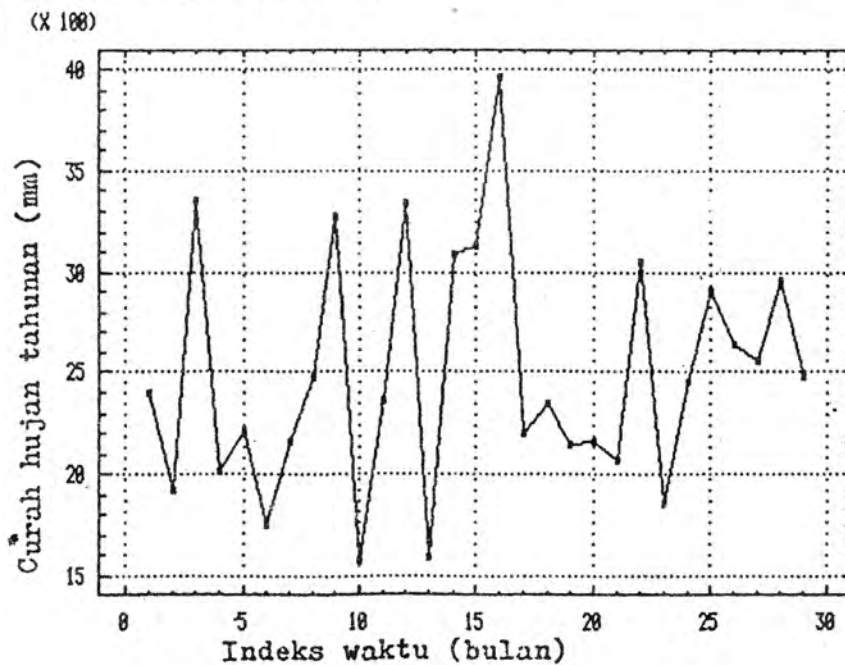
Data hujan yang dianalisis untuk stasiun Pujon selama 26 tahun (1963 hingga 1988) dan stasiun Ngantang selama 29 tahun (1960 hingga 1988). Deretan data hujan ini dinilai cukup pan-

jang dan memenuhi syarat untuk analisis harmonik. Deretan data asli curah hujan untuk stasiun Pujon dan Ngantang disajikan pada Gambar 1 dan Gambar 2.

Plot Normalitas dan Homogenitas

Sebelum data curah hujan diolah untuk maksud tertentu, maka data tersebut perlu diadakan pengolahan pendahuluan dari data asli. Hal ini akan sangat bermanfaat untuk mempermudah pengolahan seterusnya, karena seperti yang dikemukakan oleh Gustia (1984) bahwa data asli biasanya masih menunjukkan pola fluktuasi yang tidak teratur.

Hasil pengujian kenormalan dengan menggunakan uji normalitas (plot normalitas) maupun Chisquare test menunjukkan bahwa kedua deret data menyebar normal. Hasil pengujian data menyebar normal atau tidak dapat



Gambar 2.
Deret Hujan Tahunan Rata-rata Stasiun Ngantang (1960 - 1988).

dilihat pada plot normalitasnya yang disajikan pada Gambar 3.

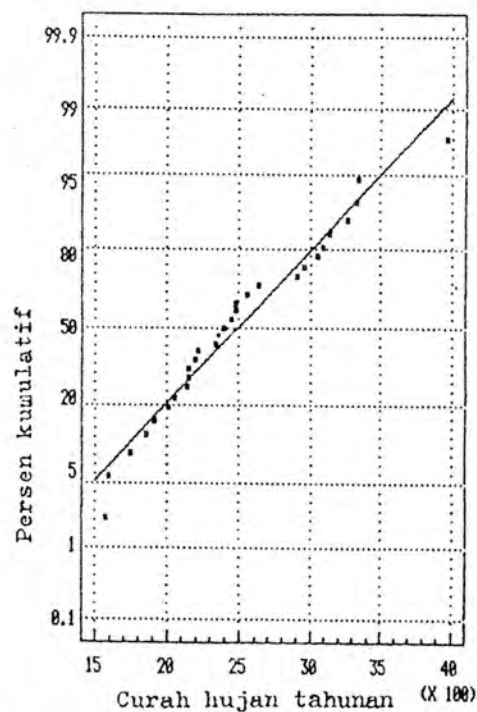
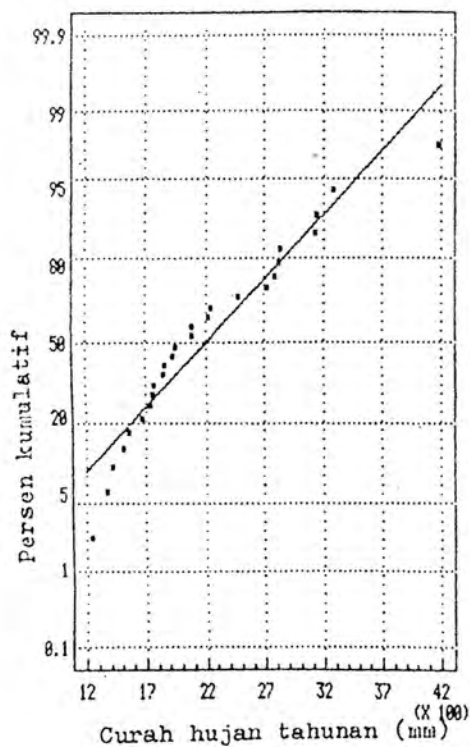
Setelah dilakukan pengujian kenormalan dan hasilnya ternyata data menyebar normal atau data mengikuti sebaran normal, berarti bahwa perubahan kondisi sekeliling penakar hujan serta faktor-faktor lain tidak merubah keaslian data. Dengan demikian, data stasiun-stasiun tersebut dapat langsung digunakan untuk analisis selanjutnya.

Homogenitas deretan data hujan penting artinya dalam analisis deret Fourier. Uji homogenitas deret data hujan dilakukan dengan uji rentetan (run test) seperti dikemukakan oleh Doorenbos (1976). hasil hitungan disajikan pada Tabel 1 dan disimpulkan bahwa keduanya adalah homogen.

Tabel 1.

Uji Homogenitas Curah Hujan Tahunan Stasiun Pujon dan Ngantang

Pujon (mm)	Tanda (+ / -)	Ngantang (mm)	Tanda (+ / -)
1951	+	2402	-
2481	+	1918	-
1662	-	3347	+
1931	-	2009	-
1730	-	2220	-
2786	+	1744	-
1550	-	2158	-
2251	+	2479	+
2818	+	3267	+
1413	-	1576	-
2224	+	2362	-



Gambar 3. : Plot Normalitas Data Hujan Tahunan Rata-rata (a) Stasiun Pujon dan (b) Stasiun Ngantang.

2828	+	3334	+
2715	+	1590	-
1768	-	3085	+
1753	-	3132	+
2085	-	3961	+
1510	-	2205	-
1249	-	2347	-
2086	-	2145	-
1375	-	2160	-
1856	-	2062	-
3279	+	3047	+
3131	+	1861	-
4137	+	2447	-
3144	+	2907	+
1845	-	2635	+
		2559	+
		2956	+
		2477	+

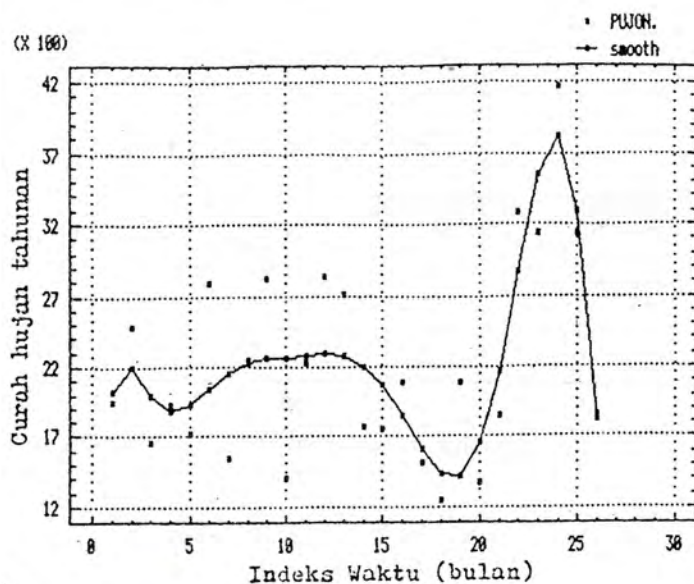
Rata-2 =	2214	2496
N =	26	29
U =	10	12

Untuk N = 26
kisaran U = 10 - 17 homogen
Untuk N = 29
kisaran U = 12 - 19 homogen
Kisaran nilai U dapat dilihat pada
Dooren bos (1976).

Kurva Harmonik Curah Hujan

Tahapan selanjutnya untuk menghilangkan fluktuasi periode pendek dari deretan data, maka data tersebut harus dihaluskan dengan perhitungan rata-rata bergerak polinomial (polynomial smoothing). Cara ini dilakukan dengan coba-ulang dalam menentukan orde yang paling sesuai dengan data asli. Seperti telah diuraikan di depan bahwa orde ini nilainya bergerak dari 1 hingga 9.

Hasil hitungan menunjukkan bahwa untuk kedua data tersebut orde yang paling baik adalah 9. Pada umumnya hasil rata-rata bergerak tidak lagi



Gambar 4.
Grafik Hasil Rata-rata Bergerak Data Hujan Stasiun Pujon

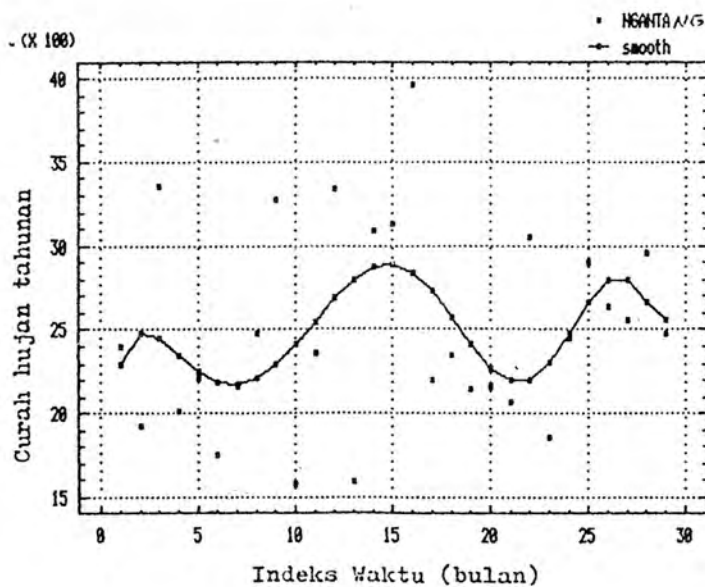
menggambarkan data asli. Hal ini dapat dimengerti karena data hasil rata-rata bergerak merupakan hasil interaksi antara setengah dari jumlah data sebelumnya dan setengah dari jumlah data sesudahnya (Gustia, 1984).

Data hasil hitungan rata-rata bergerak grafiknya disajikan pada Gambar 4 dan Gambar 5. Hasil hitungan menunjukkan bahwa kedua data hujan tersebut masing-masing mempunyai 3 harmonik, yaitu harmonik I, II, dan III.

Memperhatikan Gambar 4 dapat dikemukakan bahwa harmonik III mempunyai keragaman yang tertinggi dibandingkan dengan harmonik I dan II.

Sedangkan pada Gambar 5 sumbangan ragam antara harmonik I, II, dan III tidak jauh berbeda.

Analisis harmonik deret data pada stasiun Pujon menunjukkan bahwa periode harmonik III memberikan sumbangan ragam terbesar yaitu 61% disusul harmonik I sebesar 4% dan harmonik II sebesar 2%. Hal ini menunjukkan bahwa selama 26 tahun pada stasiun Pujon terlihat tiga kali puncak dan 2 kali lembah dengan puncak tertinggi pada harmonik III. tabel 2 menunjukkan koefisien persamaan harmonik pada stasiun Pujon.



Gambar 5.
Grafik Hasil Rata-rata Bergerak Data Hujan Stasiun Ngantang *

Tabel 2. Koefisien Harmonik pada Stasiun Pujon

Harmonik	Sumbang- an ragam (%)	Ai	Bi	Ci
I	4	45	148	154
II	2	44	148	154
III	61	60	200	209

Selanjutnya dari Tabel 2 dapat diturunkan persamaan deret Fourier untuk stasiun Pujon sebagai berikut:

$$Y_t = 2215 + (45 \cos 14 t + 148 \sin 14 t) + (44 \cos 14 t + 148 \sin t) + (60 \cos 14 t + 200 \sin 14 t) \dots (1)$$

adapun Y_t :

nilai dugaan curah hujan pada tahun ke-t

t. :

urutan waktu (1,2,, n), misal t = 1 dimulai dari tahun 1963.

Hasil hitungan koefisien harmonik untuk stasiun Ngantang disajikan pada Tabel 3

Tabel 3. Koefisien Harmonik pada Stasiun Ngantang

Harmonik	Sum- bangan	Ai	Bi	Ci
I	7	156	17	157
II	4	172	19	173
III	3	172	19	174

Selanjutnya dari Tabel 3 juga dapat diturunkan persamaan deret Fourier untuk stasiun Ngantan sebagai berikut:

$$Y_t = 2477 + (156 \cos 14 t + 17 \sin 14 t) + (172 \cos 14 t + 19 \sin t) + (172 \cos 14 t + 19 \sin 14 t) \dots (2)$$

adapun

Y_t : nilai dugaan curah hujan pada tahun ke-t

t : urutan waktu (1,2 n), misal t=1 dimulai dari tahun 1960

Berdasarkan persamaan (1) dan (2) di atas dapat diduga nilai-nilai curah hujan pada tahun-tahun tertentu seperti dilakukan oleh Gustia (1984).

Pendugaan persamaan deret Fourier dapat dipergunakan untuk melihat kapan terjadi dan beberapa besarnya curah hujan maksimum dan minimum, sehingga tindakan awal untuk mengatasi banjir misalnya dapat dilakukan. Demikian pula dengan keadaan kekeurangan yang ditunjukkan oleh hujan minimum.

KESIMPULAN

Hasil uji normalitas dan homogenitas menunjukkan bahwa data di kedua stasiun menyebar normal dan homogen, sedangkan rata-rata bergerak polinomial menggunakan order 9 adalah paling sesuai dengan data asli.

Hasil analisis harmonik data hujan stasiun Pujon menunjukkan ada tiga harmonik. Sumbangan ragam terbesar terjadi pada harmonik III sebesar 61% dan diikuti oleh Harmonik I dan II masing-masing mempunyai ragam 4% dan 2%. Kurva Harmonik pada stasiun Ngantang relatif hampir sama antara harmonik I, II dan III dengan sumbangan ragam berturut-turut sebesar 7%, 4%, dan 3%. Dengan demikian dapat disusun dua persamaan deret Fourier untuk kedua stasiun yang diteliti.

DAFTAR PUSTAKA

- Doorenbos, J. 1976. **Agrometeorological Field Stations. Irrigation and Drainage Paper No. 27.** FAO, Rome.
- Gustia, S. I. 1984. **Analisis Curah Hujan Di DAW Selorejo Dengan Pendugaan Persamaan Deret Fourier. Laporan Masalah Khusus, Jurusan Agroklimatologi, Fakultas MIPA - Institut Pertanian Bogor, Bogor.**
- Haan, C.T. 1982. **Statistical Methods in Hydrology.** The Iowa State University Press, Ames.
- Panofsky, H. A. and G. W. Brier. 1958. **Some Application of Statistics to Meteorology.** University Park, Pennsylvania.
- Proyek Kali Konto. 1984. **Soils and Soil Conditions. Kali Konto Upper Watershed, East Jawa.** Main Report. Nuffic-Unibraw Soil Sci. Project, Malang.
- Statistical Graphics Corporation. 1988. **Statgraphics. Book I dan II.** STSC Inc., New York.
- Sudibyakto. 1991a. **Terapan Model Deret Waktu Winter Untuk Peramalan Debit Kali Konto di Atas Waduk Selorejo.** Laporan Penelitian. Fakultas Geografi UGM, Yogyakarta.
- Sudibyakto. 1991b. **Analisis Sifat-sifat Hujan dan Pengaruhnya Terhadap Respons Hidrologi pada Beberapa Sub Das di DAS Kali Konto Hulu, Jawa Timur.** Disertasi. Program Pascasarjana Institut Pertanian Bogor, Bogor.